

PLAN DE UNIDAD 9.2

Fecha: del ____ de _____ al ____ de _____ de 201__.

Duración: 5 semanas

Materia: Matemática

Grado/Curso: Geometría

Tema de Unidad: Semejanza y Congruencia

Maestro: _____

Estrategia Reformadora: _____

Objetivo general: El estudiante a través de la unidad desarrollara la capacidad de utilizar su conocimiento acerca de cómo identificar y transformar las figuras semejantes para interpretar nuestro mundo físico por medio de la resolución de problemas geométricos.

Actividades para el logro de los tareas de desempeño					
	Día: 1	Día: 2	Día: 3	Día: 4	Día: 5
Semana 1	<p align="center">9.G.6.1</p> <p>Enfoque de contenido: Cómo representar transformaciones en el plano de coordenadas.</p> <p>Destreza: Efectuar y representar transformaciones de figuras respecto a una línea en el plano de coordenadas.</p> <p>Plan de Aprendizaje: Reglas de transformación</p> <p>Otra evidencia: Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Transformación • Plano cartesiano • Rotación • Reflexión • Traslación • Simetría 	<p align="center">9.G.6.1</p> <p>Enfoque de contenido: Que las transformaciones son funciones que asumen puntos en el plano como entrada y entregan otros puntos como salida.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar que cada transformación representa una función. <p>Otra evidencia: Buscar actividad relacionada con la destreza e integrar la tecnología Hoja de salida</p> <p>Vocabulario:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función 	<p align="center">9.G.6.1</p> <p>Enfoque de contenido: Que hay transformaciones que conservan distancia y ángulo y otras que no los conservan.</p> <p>Destreza: Identificar las transformaciones que conservan distancia y ángulo.</p> <p>Plan de Aprendizaje: Ejercicio de transformación</p> <p>Otra evidencia: Diario de matemáticas</p>	<p align="center">9.G.6.2</p> <p>Enfoque de contenido: Cómo describir las rotaciones y reflexiones que mueven una figura sobre sí mismas dado un rectángulo, paralelogramo, trapecio o polígono regular.</p> <p>Destreza: Describir y explicar los efectos de las transformaciones incluyendo rectángulos, paralelogramos, trapecios o polígonos regulares en y fuera del plano de coordenadas.</p> <p>Plan de Aprendizaje: Ejemplos para planes de lección: Reflexionemos</p> <p>Otra evidencia: Papel de salida</p> <p>Vocabulario: Polígonos</p>	<p align="center">Tarea de desempeño 1 Análisis de las transformaciones en la cerámica antigua</p>

PLAN DE UNIDAD 9.2

Semana 2	Día: 6	Día: 7	Día: 8	Día: 9	Día: 10
	<p align="center">9.G.6.3</p> <p>Enfoque de contenido: <i>Las definiciones para rotación, reflexión y traslación en términos de ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta.</i></p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formular definiciones para cada transformación en términos de ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta. <p>Plan de Aprendizaje: <i>Tarjetas con pistas</i></p> <p>Vocabulario: <i>Rectas perpendiculares</i> <i>Rectas paralelas</i></p>	<p align="center">9.G.6.4</p> <p>Enfoque de contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dada una figura geométrica y una rotación, reflexión o traslación, como dibujar la figura transformada. • Cómo especificar una secuencia de transformaciones que mueve a una figura dada sobre otra. <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dibujar una figura luego de una transformación • Dibujar una secuencia de transformaciones <p>Plan de Aprendizaje: <i>Tarea de ejecución en el plano de coordenadas</i></p> <p>Otra evidencia: <i>Papelito de entrada</i></p> <p>Vocabulario: <i>secuencia de transformaciones</i></p>	<p align="center"><i>Tarea de desempeño</i> <u>Transformaciones rígidas</u></p> <p><i>Utilizar ítems de Otra evidencia 1</i></p>	<p align="center">9.G.5.1</p> <p>Enfoque de contenido: <i>Como comparar y contrastar la igualdad, la congruencia y la semejanza.</i></p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diferenciar entre el concepto de igualdad, congruencia y el de semejanza según su relación a conjuntos de figuras geométricas. <p>Plan de Aprendizaje: Lección de práctica – <i>Anejo : Actividad (1)</i></p> <p>Sugerencia: <i>Añadir información para comparar y contrastar</i></p> <p>Otra evidencia: <i>Diario de matemáticas (pág. 7)</i></p> <p>Vocabulario:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Congruencia • Semejanza 	<p align="center">9.G.5.2</p> <p>Enfoque de contenido: <i>Las descripciones geométricas de movimientos rígidos para transformar figuras y predecir el efecto de un movimiento rígido dado sobre una figura dada.</i></p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Predecir el efecto de un movimiento rígido • Utilizar la geometría de coordenadas y las transformaciones rígidas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) para establecer la congruencia de las figuras. <p>Plan de Aprendizaje: <i>Simetrías en logotipos</i></p> <p>Vocabulario: <i>Movimientos rígidos</i></p> <p>Vocabulario: <i>simetría</i></p>

PLAN DE UNIDAD 9.2

Semana 3	Día: 11	Día: 12	Día: 13	Día: 14	Día: 15
	<p align="center">9.G.5.2 y 9.G.5.3</p> <p>Enfoque de contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para decidir si dos figuras son congruentes. • La definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para mostrar que dos triángulos son congruentes si, y solo si, los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes. <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evaluar la congruencia de las figuras. <p>Otra evidencia: Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario: Lados correspondientes Ángulos correspondientes Congruencia</p>	<p align="center">9.G.5.4</p> <p>Enfoque de contenido: <i>Que los criterios de congruencia de triángulos (ALA, LAL, LLL) nacen de la definición de congruencia en término de movimientos rígidos</i></p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar y explicar las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación. • Aplicar condiciones suficientes para la congruencia de los triángulos (LLL, LAL, ALA, AAL, HL). <p>Otra evidencia: Tarea del maestro</p>	<p align="center">9.G.7.1</p> <p>Enfoque de contenido: Que una figura bidimensional es congruente con otra si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilizar la geometría de coordenadas y las transformaciones rígidas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) para establecer la congruencia de las figuras. • Identificar y explicar las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación. <p>Plan de Aprendizaje: Ejemplo (2) Cómo probar que triángulos son semejantes y congruentes.</p> <p>Otra evidencia: Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario: Transformaciones rígidas</p>	<p align="center">9.G.7.1</p> <p>Enfoque de contenido: Dadas dos figuras congruentes, como describir una secuencia que muestre la congruencia que hay entre ellas.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar y explicar las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación. <p>Plan de Aprendizaje: Lección de práctica (4)</p> <p>Otra evidencia: Diario de matemáticas(pág. 7)</p> <p>Vocabulario: Secuencia de transformaciones</p>	<p align="center">Tarea de desempeño 3 <u>Reglas de ángulos</u></p>

PLAN DE UNIDAD 9.2

	Día:16	Día: 17	Día: 18	Día: 19	Día: 20
Semana 4	<p>9.G.7.2</p> <p>Enfoque de contenido: Como describir el resultado de transformaciones, traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras bidimensionales usando coordenadas.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Efectuar transformaciones en el plano de coordenadas <p>Otra evidencia: Papelito de entrada</p> <p><i>Ejemplo de pregunta para incorporar en pruebas</i></p> <p>Vocabulario: transformaciones traslaciones rotaciones reflexiones figuras bidimensionales coordenadas</p>	<p>9.G.7.3</p> <p>Enfoque de contenido: Las condiciones de semejanza LAL, LLL, AAA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA, para establecer la semejanza entre triángulos y observar que la congruencia es un caso especial de semejanza. • Interpretar la semejanza de las figuras. • Aplicar la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas. <p>Lección de práctica: Ver anejos</p> <p>Otra evidencia: Papelito de salida Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario: semejanza</p>	<p>9.G.7.4 y 9.G.7.5</p> <p>Enfoque de contenido: Como construir una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Solucionar problemas sobre triángulos que se relacionen con factores de conversión de escalas y medidas utilizando proporciones. • Utilizar la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes • Construir una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza. <p>Plan de Aprendizaje: Plan de Aprendizaje (2) y (4) (pág. 12)</p> <p>Otra evidencia: Diario de matemáticas(pág. 11) Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario factor de escala</p>	<p>9.G.7.6 y 9.G.7.7</p> <p>Enfoque de contenido: Como utilizar triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar y demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma por medio de la semejanza de triángulos. • Utilizar dilataciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas. • Resolver problemas de escalas que involucran semejanza en contextos de la vida diaria. <p>Plan de Aprendizaje: Proyecto de transformaciones Lección de práctica (Anejo pág. 3)</p> <p>Otra evidencia: Pregunta para incorporar en prueba</p> <p>Vocabulario índice de cambio dilatación</p>	<p>Tarea de desempeño 4 <i>“Problema de la sombra”</i> (en parejas)</p>

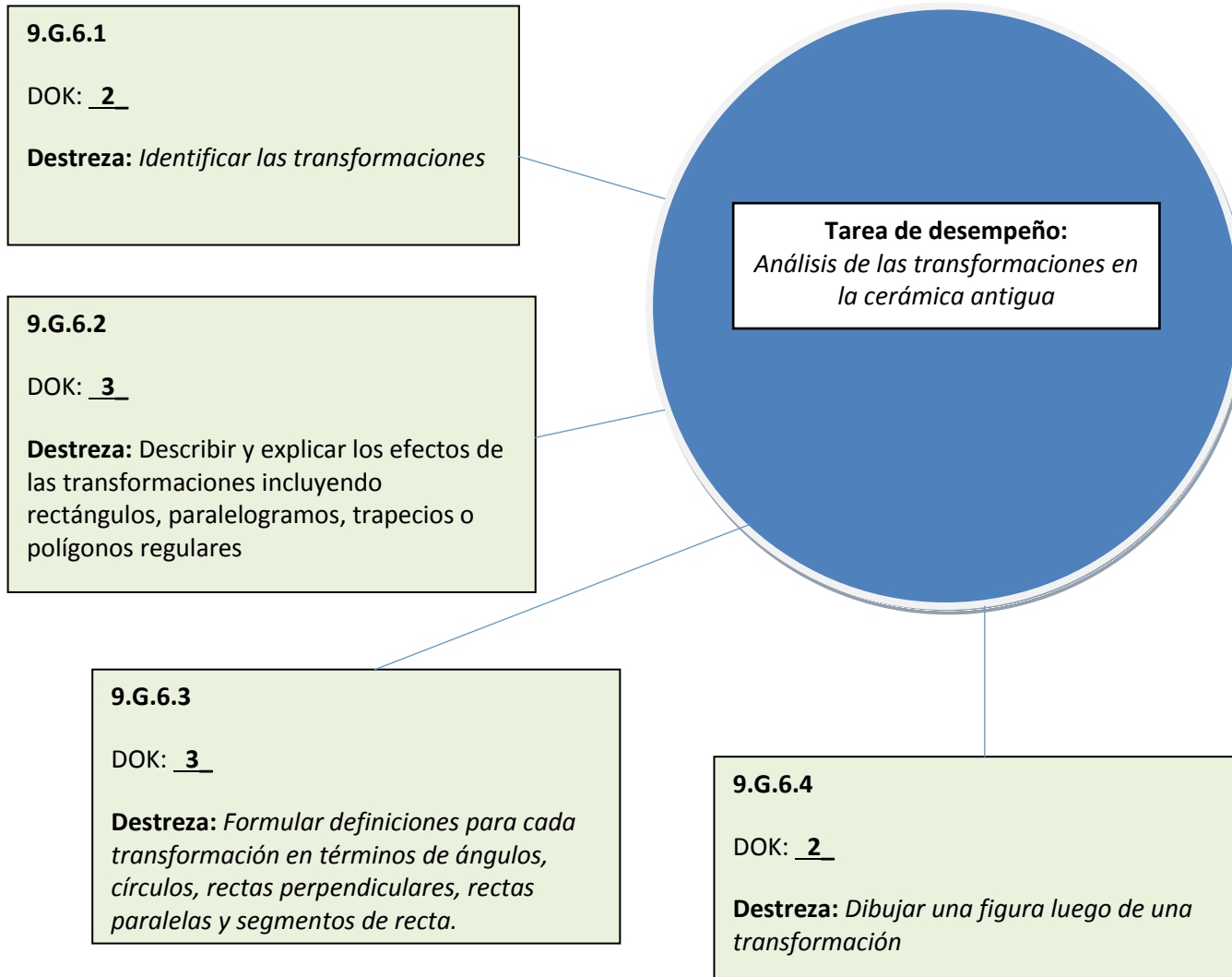
PLAN DE UNIDAD 9.2

	Día: 21	Día: 22	Día: 23	Día: 24	Día: 25
Semana 5	<p align="center">9.G.7.8</p> <p>Enfoque de contenido: Como demostrar teoremas sobre triángulos.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilizar y analizar las propiedades y los conceptos de semejanza relacionados para demostración de teoremas sobre triángulos. <p>Plan de Aprendizaje: Lección de práctica (anejo pág. 4) Probar triángulos semejantes y congruentes</p> <p>Otra evidencia: Papelito de salida Tarea del maestro</p> <p>Vocabulario: teoremas</p>	<p align="center">9.G.7.8</p> <p>Enfoque de contenido: Los teoremas siguientes: una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa.</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar el teorema relacionado a una recta paralela a uno de los lados de un triángulo <p>Plan de Aprendizaje: Plan de Aprendizaje 1 (Anejo de Actividad de aprendizaje: Proporción de triángulos) Ejemplo 4 Teorema de proporcionalidad</p> <p>Otra evidencia: Ejemplos de preguntas para incorporar en pruebas</p> <p>Vocabulario: Teoremas Rectas paralelas Proporcional</p>	<p align="center">9.G.7.8</p> <p>Enfoque de contenido: Como demostrar el teorema de Pitágoras usando semejanza de triángulo</p> <p>Destrezas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar triángulos rectángulos semejantes. • Utilizar la altura de de la hipotenusa para formar triángulos semejantes. • Aplicar los teoremas de semejanza y los triángulos rectángulos semejantes para probar el Teorema de Pitágoras. <p>Plan de Aprendizaje: Lección de práctica (anejo pág. 2 – 3 / Ejemplo 5 para Planes de la lección) Teorema de Pitágoras</p> <p>Vocabulario: Teorema de Pitágoras hipotenusa</p>	<p align="center">9.G.7.8</p> <p>Enfoque de contenido: Como demostrar el teorema de Pitágoras usando semejanza de triángulo</p> <p>Destreza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar los teoremas de semejanza y los triángulos rectángulos semejantes para probar el Teorema de Pitágoras. <p>Otra evidencia: Diario de matemáticas</p> <p>Papelito de entrada</p> <p>Vocabulario: Teorema de Pitágoras</p>	<p align="center">Tarea de desempeño 5 <u>“La solución de Alejandro”</u></p>

PLAN DE UNIDAD 9.2

Mapa conceptual

Indicadores y profundidad



Tarea de desempeño:
Análisis de las transformaciones en la cerámica antigua

Los estudiantes demostrarán su comprensión de las transformaciones por medio de un análisis de la cerámica antigua.

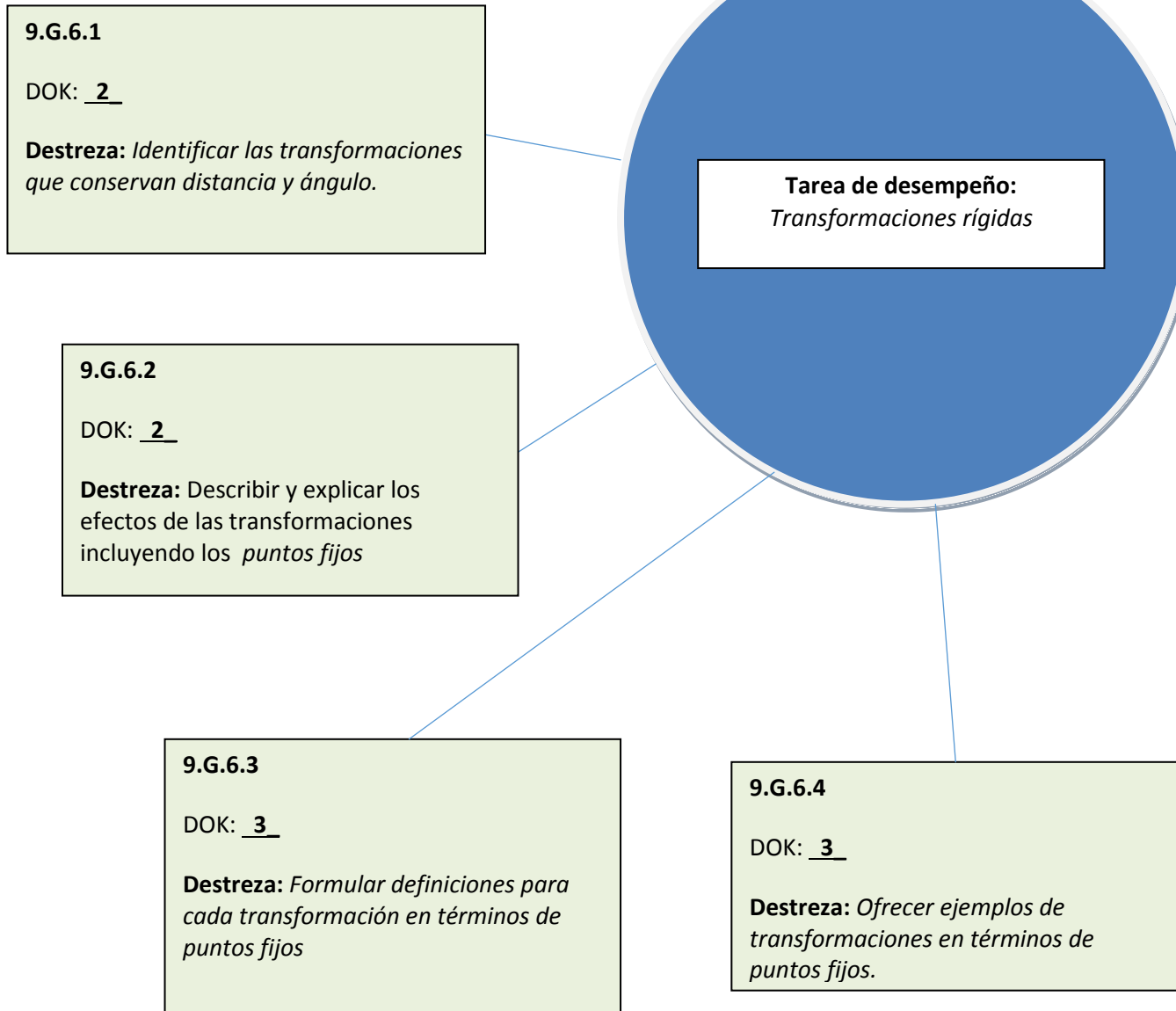
1. Muéstrales a los estudiantes varias imágenes de cerámica antigua de diferentes culturas, como la griega, la egipcia y la inca.
2. Haz que los estudiantes analicen y describan las transformaciones geométricas utilizadas por cada cultura para decorar una pieza de cerámica con diseños.
Los estudiantes deben incluir lo siguiente en sus descripciones:
 - a. descripción del diseño en una pieza de cerámica;
 - b. detalles matemáticos de cómo la imagen original (escogida por el estudiante o maestro) fue transformada;
 - c. vocabulario matemático específico;
 - d. oraciones completas, y
 - e. un diagrama que ilustre la(s) transformación(es) matemática(s)
3. Pídeles a los estudiantes que describan las diferencias principales entre las piezas de cerámica de diferentes culturas
4. Dales a los estudiantes una copia de la rúbrica de proyectos para que se autoevalúen. El maestro utilizará la misma rúbrica para evaluar la comprensión de los estudiantes.

La rúbrica está en la página 18 del Mapa Curricular.

PLAN DE UNIDAD 9.2

Mapa conceptual

Indicadores y profundidad



Tarea de desempeño: Transformaciones rígidas

- Una transformación rígida de un plano es un mapa del plano a sí mismo el cual conserva distancias entre puntos. Dejemos que f sea dicha función. Un punto x en el plano se llama un punto fijo de la transformación rígida f si $f(x)=x$.
 1. Supongamos que f es un mapa que traslada A a B donde A y B son puntos diferentes en el plano. ¿Cuáles son los puntos fijos de f ? Explica.
 2. Supongamos que g es un mapa que rota el plano por 45 grados antihorario alrededor del punto P . ¿Cuáles son los puntos fijos de g ? Explica.
 3. Supongamos que h es un mapa que refleja el plano sobre una línea ℓ . ¿Cuáles son los puntos fijos de h ?
 4. Supongamos que t es una transformación rígida de un plano. Explica por qué hay cuatro posibilidades para el conjunto de puntos fijos para t :
 - no hay puntos
 - un solo punto
 - una línea
 - todos los puntos.
- Por cada una de las cuatro posibilidades, da un ejemplo de una transformación en la cual los puntos fijos correspondan la descripción.

(Fuente: <http://www.illustrativemathematics.org/illustrations/1545>)

PLAN DE UNIDAD 9.2

Tarea de desempeño: Reglas de ángulos

Mapa conceptual
Indicadores y profundidad

9.G.5.1
DOK: 2

Destrezas: Diferenciar entre el concepto de igualdad, congruencia y el de semejanza

9.G.5.2
DOK: 3

Destreza: Predecir el efecto de un movimiento rígido

9.G.5.3
DOK: 2

Destreza: Mostrar que dos triángulos son congruentes si, y solo si, los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes.

9.G.5.4
DOK: 3

Destrezas:

- Identificar y explicar las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.
- Aplicar condiciones suficientes para la congruencia de los triángulos (LLL, LAL, ALA, AAL, HL).

Tarea de desempeño:
Reglas de ángulos

9.G.7.1
DOK: 3

Destreza: Identificar y explicar las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.

- ¿Por qué LAL funciona?
- En los dos triángulos a continuación, el ángulo A es congruente al ángulo D; el lado

AC es congruente al lado DF y el lado AB es congruente al lado DE:

- Sally razona de la siguiente manera: "si el ángulo A es congruente al ángulo D, entonces puedo mover el punto A al punto D, de manera que el lado AB recaea encima del lado DE y el lado AC recaea encima del lado DF. Ya que AB y DE son congruentes así como lo son AC y DF; los dos triángulos corresponden exactamente así que son congruentes".
- Explica el razonamiento de Sally de por qué el triángulo ABC es congruente al triángulo DEF utilizando el lenguaje de reflexiones:
 1. Construir una reflexión donde trace el punto A al punto D. Llama B' y C' las imágenes de B y C respectivamente bajo esta reflexión.
 2. Construir una reflexión donde no se mueva D pero que mande B' a E. Llamar C'' la imagen de C' bajo esta reflexión.
 3. Construir una reflexión donde no se mueva D o E pero que mande C'' a F (Fuente: <http://www.illustrativemathematics.org/illustrations/109>)

- ¿Por qué ALA funciona?
- En triángulos ABC y ABD a continuación, se sabe que BAC es congruente a BAD y que el ángulo de ABC es congruente al ángulo ABD. Muestra la reflexión del plano sobre la línea AB mapa el triángulo ABD al triángulo ABC.



(Fuente: <http://www.illustrativemathematics.org/illustrations/339>)

- ¿Por qué LLA funciona para probar la congruencia de triángulos?
- A Jose le dijeron que dos triángulos ABC y DEF comparten dos conjuntos de lados congruentes y un par de ángulos congruentes: AB es congruente a DE, BC es congruente a EF, y el ángulo C es congruente al ángulo F. A él le preguntan si estos dos triángulos deben ser congruentes. Josh dibuja los triángulos, a continuación, y dice: "son definitivamente congruentes porque comparten la longitud de los tres lados".
- Explica el razonamiento de usando uno de los criterios de congruencia en triángulos: ALA, LLL, LAL.
- Da ejemplo de dos triángulos ABC y DEF, apropiado a los criterios de este problema, el cual no es congruente (Fuente: <http://www.illustrativemathematics.org/illustrations/340>)
- ¿Por qué LLL funciona?
 - En la ilustración siguiente el segmento AB es congruente al segmento DE, el segmento AC es congruente al segmento DF y el segmento BC es congruente al segmento EF:

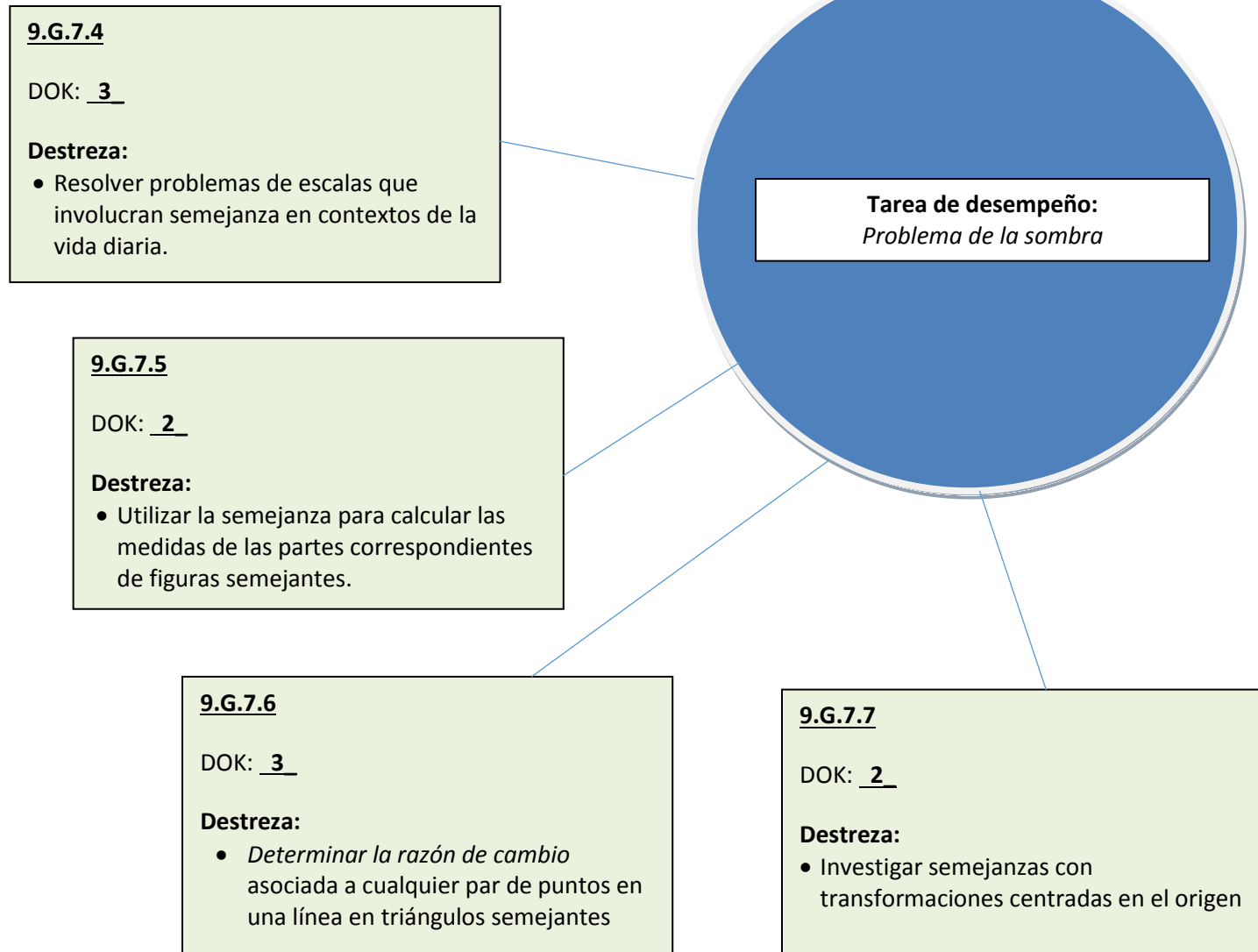


- Demuestra que los dos triángulos ABC y DEF son congruentes mediante los siguientes pasos que producirá una transformación rígida del plano al mandar el triángulo ABC al triángulo DEF.
- Demuestra que hay una traslación del plano que traza A a D. Llama B' y C' las imágenes de B y C bajo esta transformación.
- Muestra que hay una rotación del plano donde D no se mueve y que traza B' a E. Llamar C'' la imagen de C' bajo esta transformación.
- Muestra que hay una reflexión del plano donde D o E no se mueve y que traza C'' a F. (Fuente: <http://www.illustrativemathematics.org/illustrations/110>)

PLAN DE UNIDAD 9.2

Mapa conceptual

Indicadores y profundidad



Tarea de desempeño: *Problema de la sombra*

- En parejas, los estudiantes estimarán la altura de un poste de luz afuera usando las sombras. Aplicarán lo que saben sobre los triángulos semejantes y el factor escalar que estudiaron en clase. Para esta tarea, los estudiantes harán lo siguiente:
 - tomar medidas usando las unidades adecuadas;
 - estimar las medidas y determinar los niveles de precisión necesarios;
 - identificar triángulos semejantes;
 - establecer y simplificar las razones;
 - identificar el factor escalar;
 - colaborar con compañeros, y
 - presentar su trabajo de forma organizada y clara.
- Instrucciones:
 1. Los estudiantes salen para estimar la altura de un poste de luz usando las medidas de dos sombras, el poste mismo y una regla graduada.
 2. Con una cinta de medir, los estudiantes (en grupos de tres) medirán la longitud de la sombra de la regla graduada sostenida de forma perpendicular al suelo.
 3. Cada grupo entonces repetirá el proceso con el poste de luz.
 4. Usando los tópicos de las razones y las proporciones discutidos en clase, los estudiantes deberán estimar la altura del poste utilizando los cálculos que hicieron.
 5. Deberán apuntar los cálculos en una hoja de papel para entregar.
- Utiliza la Rúbrica de tarea de desempeño para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver anejo: "Organizador - Rúbrica de tarea de desempeño")

(Fuente:

<http://jfmuller.faculty.noctrl.edu/toolbox/examples/seaver/shadowproblemtask.htm>)

PLAN DE UNIDAD 9.2

Mapa conceptual

Indicadores y profundidad

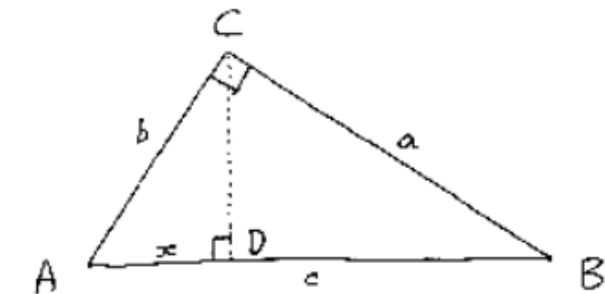
Tarea de desempeño:
La solución de Alejandro

9.G.7.8

DOK: 3

Destreza:

- Identificar triángulos rectángulos semejantes.
- Utilizar la altura de de la hipotenusa para formar triángulos semejantes.
- Aplicar los teoremas de semejanza y los triángulos rectángulos semejantes para probar el Teorema de Pitágoras.



Alejandro ha comenzado a probar el Teorema de Pitágoras utilizando triángulos semejantes.

- Triángulo ABC es semejante al triángulo ACD y CBD
 $AD = x$
 $DB = c - x$
 $x/b = b/c$
1. Explica por qué los tres triángulos son semejantes.
 2. Trata de completar el modelo de Alejandro. (Usa papel para graficar si necesitas).

(Fuente:

<http://map.mathshell.org/materials/download.php?fileid=1231>)